MEDITATIONES

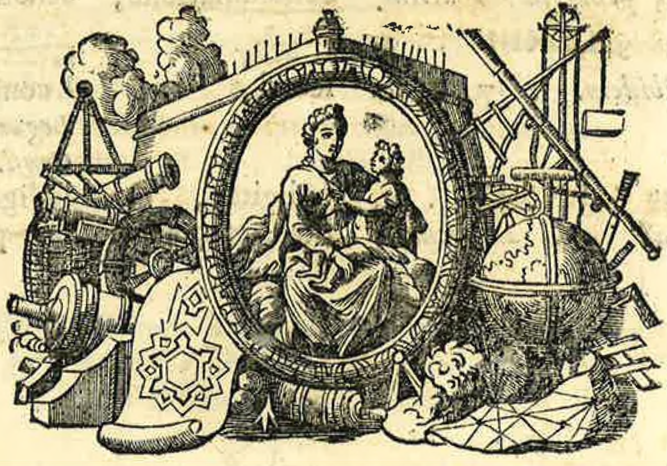
SUPER

PROBLEMATE NAUTICO;

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via San-Jacobæa, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Errata quamvis leviora hæc ſunt.

Pag.	*Lin.*	*Errat.*	*Lege.*
10 §. XVI.	13.	lineæ,	linea.
14	3.	Spinà,	Spinæ.
21	7	inclinadam,	inclinandam.
eadem §. XXXVI.	6.	eo	ea.
23	7. & 8.	incomputum,	in computum.
25 §. XLV.	3.	aſſenſus,	aſcenſus.
29 §. LIII.	6.	Romanis,	Rhenanis & *ſic deinceps pone ubique Rhenanis pro Romanis, ſcil. pp.* 30, 39, 40.
35	*penultim. & ultim.*	denominatione,	denominatore.
38 §. LXXIII.	2.	$\frac{nacz}{nz + mff}$	$\frac{nacz}{nacz + mff}$
ibidem.	7, 8, 10.	lconſl,	l. conſt. *id eſt, Logarithm. Conſt.*
39 §. LXXVI.	1.	indigitas,	indigitat.
48	*antepenult.*	iſta, — propoſitos.	iſtas — propoſito.

MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,

Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia Scientiarum proposuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÊME

Quelle est la meilleure manière de mâter les Vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

§. I.

A CONSTITUTIONE & collocatione malorum, potissimùm universa navigatio dependet in navibus quæ non à remis sed solis velis propelluntur. Vela scilicet antennis alligata malis applicantur, & vento obversa, ejus impetum susti-

nendo navem promovent. In implantatione malorum in hoc eſt incumbendum, ut navis, quâ abſque diſcrimine poteſt maximâ, velocitate incedat, quod ut obtineatur, ad locum, altitudinem, & numerum malorum, diligentiſſime eſt attendendum. Quod ad locum primo attinet, in ejus determinatione opera atque ſtudium ſummum eſt adhibendum, ut gubernaculum, cujus actione de navis celeritate ſemper quicquam detrahitur, ſi ejus uſus plane evitari nequeat, minimam, quam poſſibile eſt vim, impendere debeat. Vocatur linea in navibus ſuper ſentina à prora ad puppim ducta, ſpina navis, & Gallicè *la quille*, in hâc inſeruntur mali ut quilibet ſit in medio navis. Si navis ſecundùm directionem ſpinæ iſtius movetur, gubernaculo opus non erit ad navem in iſto ſitu continendam, ubicumque mali, modo in ſpina, ſint plantati. Verum cum navis non juxta ſpinam promovetur, ſed directio motus navis cum ſpina angulum conſtituit, qui angulus, deviationis angulus, & Gallicè *l'angle de la dérive* appellatur, tum non ita, ubicumque ſiti ſint mali in ſpina, navis iſtum deviationis angulum conſervabit, ſeu eandem poſitionem, ſed ad hanc retinendam peculiaris malorum locus eſt determinandus, qui malorum locus alius eſſe deberet, in quolibet alio angulo deviationis. Et ita cum naves in aqua progrediendo, ut ad optatum perveniant locum, modo hanc, modo aliam deviationem recipere debeant, pro quovis angulo alius malis tribuendus eſſet locus. Quod autem in navibus malis ſemel erectis cum fieri nequeat, malis immotis manentibus, ope gubernaculi efficiendum eſt, ut navis in eodem deviationis angulo conſervetur.

§. II.

Cum autem gubernaculum agere debet, reſiſtentia quâ navi reſiſtitur augetur, & ita celeritas navis minuitur, idque eo magis quo major à gubernaculo effectus efficiendus eſt, ſcilicet igitur quo magis ſitus malorum ab eo ſitu differt, quem habere deberent ad id, ut gubernaculo plane opus

non fit. Ne ergo nimiùm excrescat vis gubernaculi, talis malis assignandus est locus, qui in illis navis deviationibus, quas navis crebriùs habet, ab illo loco, quo gubernaculum non in usum vocandum esset, non multum discrepet, quo fiet ut gubernaculi actione celeritas navis nunquam sensibiliter decrementum patietur.

§. III.

Verum quotquot in nave positi sint mali, semper erit punctum in spina navis ubi si collocetur malus unicus altitudinis quæ æqualis est summæ altitudinum illorum plurium totidemque velis instructus, qui eundem effectum edat, istud punctum vocare licet centrum commune virium navem propellentium. Datis vero loco malorum & eorum viribus ope velorum à vento mutuatis, centrum istud facile reperietur, non absimili modo, ei, quo centrum commune gravitatis plurium corporum in eâdem rectâ jacentium reperitur, hoc tantum discrimine, quod ibi capacitas velorum malorum eo loco sumatur, quo in determinatione centri gravitatis pondus corporum consideratur; & ita facilius erit dato centro communi virium promoventium navem locum malorum invenire: in posterum itaque sufficiet unicum istud centrum determinasse, hoc enim noto, quotcunque mali sint navi inferendi, eorum loci facile reperientur.

§. IV.

Plures mali navibus non inseruntur, nisi tantæ altitudinis, quanta requiritur unicus malus haberi nequit, tum enim pluribus efficiendum est quod unicus præstare debuisset: cum ergo altitudo malorum desideratur, altitudo nonnisi unici mali, pluribus æquipollentis determinanda est. Hæc enim, cum cognita fuerit, in tot partes est distribuenda, donec partes illæ tantillæ fiant seu tantæ altitudinis, cujus mali haberi possunt; & sic invenietur

numerus malorum & per §. præcedentem quoque eorum locus.

§. V.

Altitudo vero malorum determinanda eſt quatenus ea capax eſt velorum, quæ ſunt præcipua cauſa vis impulſivæ; non igitur tam de altitudine malorum, quam de altitudine velorum quæſtio eſt interpretanda: eſſet quidem nec altitudo velorum contemplanda, ſi vis navem promovens ſola reſpiciatur, etenim eâdem manente vi propulſivâ, ubicumque ea applicetur ſive in unico puncto tota ſive in pluribus diviſim, ſive in locis malorum ſublimioribus ſive humilioribus; verum ea portio vis venti quæ navem inclinat ſcilicet proram profundius immergit, creſcit quo in altioribus malorum locis vis ea ſit applicata: præſtat ergo quo latiora fiant vela, ut ſufficiens virium quantitas in locis malorum inferioribus poſſit comprehendi; ſi enim arctiora fiant & minoris latitudinis in ſublimius ſeſe extenderent vela, & ita vis navem inclinans creſceret, quod vero id ipſum eſt, quod effugiendum in determinatione altitudinis malorum propoſitum eſſe debet: quo circa cum altitudo malorum quantum fieri poteſt, circumſcribenda ſit, vela malis in locis quoad fieri poteſt humillimis applicari debent, niſi venti vis ibi ſenſibiliter diminuta ſit, atque velis quantum aliæ circumſtantiæ id permittunt, maxima tribuenda eſt latitudo.

§. VI.

Verum nec hæc obſervando numerus velorum pro lubitu multiplicari poteſt, nimis enim aucto velorum numero contingere poſſet ut navis ſi non prorſus in aquam proſternatur, tamen proram ulteriùs quam ſecuritas navis permittit, immergat. Quod ut melius concipiatur, notandum eſt, quamlibet venti potentiam in velis applicatam, duplicem in navem exercere vim, unam quâ navem propel-

ſit, alteram quâ navem inclinat, proram profundiùs immergendo; facit ſcilicet, ut quæ quieſcente nave verticalia fuere, nunc dum ſit in motu verſus proram inclinentur, idque eo magis quo major eſt venti vis, & quo in ſublimiori loco malorum ſit applicata; unde fieri poteſt vi propellente vel nimium aucta vel nimis ſublime applicata, ut prora ulterius, quam tutum eſt, immergatur vel penitus ſubmergatur.

§. VII.

Ne igitur navis nimium inclinetur, terminus eſt conſtituendus quouſque prora immergi poſſit abſque navis periculo, quo cognito, quærendum eſt quantum virium à vento ſit excipiendum ut navis eouſque præcisè & non ulterius inclinetur, unde habebitur vis qua navis promoveri poteſt maxima, ſi enim major aſſumeretur, navis periclitaretur, quia tum navis ulteriùs quam par eſt, inclinaretur: ſin vero minor ſumatur vis, navis celeriùs adhuc abſque periculo promoveri poſſet; maxima ergo hoc modo invenietur vis navem propellens, ſeu invenietur modus malos implantandi, ut navis, quàm poſſibile eſt celerrime procedat. Cum itaque hæc de loco atque altitudine malorum ritè excuſſero, Problemati me ſatisfeciſſe perſuaſus eſſe potero.

§. VIII.

Meditationes ergo meas in duo iſta capita figam, & quæ in ipſis ſolvenda proponuntur, perpendam, ſolutionemque tentabo. In primo ſcilicet Capite de loco malorum mihi agendum erit, ibi in locum centri virium navem propellentium inquiram, ubi illud in collocatione malorum aſſumendum ſit, ut navis motui maxime ſit proficuum. In ſecundo autem Capite tractandum erit de altitudine malorum, ſeu ſaltem de altitudine unici mali, pluribus æquipollentis; concipiam nempe nonniſi unicum malum erigendum eſſe, eumque quæram, ex cu-

jus longitudine inventa facile erit judicare, quot mali sint inserendi, de altitudine ergo mali, seu potiùs de longitudine velorum, data eorum latitudine nobis prospiciendum erit, ut navis quàm absque periculo potest celerrimè procedat. Accedo itaque ad ipsam hujus ænigmatis solutionem atque ILLUSTRISSIMAM AC CELEBERRIMAM ACADEMIAM, ut pro sua pollent, uti in omnibus disciplinis, ita potissimum in scientiis Physico Mechanicis, eruditione atque sagacitate, hasce exiles pagellas attente legere, suumque de eis judicium ferre, haud dedignari velint, humillime atque demisse rogo atque oro.

CAPUT PRIMUM.

De loco ubi assumi debet commune centrum virium navem propellentium.

§. IX.

CUm navis in aqua procedit propulsa à vi venti, ut in eodem situ, eademque deviatione conservetur, & navis non in latera rotetur propter resistentiam ab aqua perferendam, oportet ut centrum commune virium navem propellentium situm sit in linea mediæ directionis vis resistentiæ, ab aqua in navis latera exactæ, scilicet cum hoc centrum in spina navis quoque existere debeat, assumendum erit hoc centrum in puncto spinæ, ubi à linea mediarum directionum resistentiæ secatur. Cum ergo linea ista mediarum directionum cognita fuerit, innotescet quoque centrum virium, locus scilicet ubi collocari debet malus si unicus tantum sit erigendus.

§. X.

Si ex Capite sequente innotuerit plures malos esse implantandos navi, id ex dictis jam ita fiet, sicque eorum lo-

ci invenientur, primum in ſpina ſunt collocandi & dein in talibus ab iſto centro diſtantiis, ut ſumma factorum ex capacitate venti uniuſcujuſvis mali in diſtantiam ejus à centro ab una parte iſtius centri ſit æqualis, ſummæ ſimilium factorum ex altera parte. Cum enim iſtæ ſummæ factorum æquales fuerint vires ſeſe in æquilibrio conſervabunt, ut navis circa centrum illud gyrari nequeat. Hoc ergo in collocatione malorum obſervato, navis perpetuò eandem deviationem conſervabit, ita ut opus non ſit gubernaculi adminiculo, quamdiu ſcilicet idem flat ventus vel ſaltem quandiu ventus, ſi vela exactè ſint expanſa ut planam ſuperficiem conſtituant, eandem velorum ſuperficiem ſcilicet eam puppi obverſam ferit, modo enim vela eundem conſervent ſitum ſi ſint exacte expanſa, navis quoque verſus eundem locum dirigitur, quiſquis ventus flaverit, modo non cum linea directionis navis angulum recto æqualem vel majorem conſtituat.

§. XI.

Verum cum commoditas navigandi poſtulaverit ut navis in aliam deviationem collocetur, quia tum poſitio lineæ mediarum directionum reſiſtentiæ mutatur, quoque locus centri virium navem propellentium alibi aſſumendus eſſet, vel proræ propiùs vel vero puppi admovendo, quomodo vero mutatâ deviatione navis locus centri virium mutandus ſit inveſtigabo. Ponam primo angulum deviationis priſtino majorem fieri, & linea mediarum directionum reſiſtentiæ verſus puppim magis cum ſpina concurret & inde centrum virium navem propellentium ad puppim magis aſſumendum eſſet. Quod ſi non fiat, nec gubernaculo ſuccurratur, navis in ſua poſitione non permanebit, ſed rotando angulum deviationis augmentabit, donec velorum ſuperficies à vento avertantur; ſin vero nova illa deviatio priore minor ponatur angulus deviationis diminuetur continuò donec evaneſcat.

§. XII.

Hisce vero impediendis inservit gubernaculum, quod ad conservandam eandem navis deviationem, eo majorem vim impendere debet, quo centrum commune virium assumtum magis ab illo quod assumtum esse deberet discrepat. Verum cum sic resistentia augeatur & proinde celeritas navis diminuatur, alio remedio huic incommodo occurri poterit, mutando reipsa locum centri virium, quod duplici modo fieri potest; primo ipsos malos de loco movendo, secundo autem manentibus malis immotis eorum capacitatem venti mutando vela nova vel super addendo vel jam expansa contrahendo. Priori modo mederi possent, si non omnes saltem unicus malus mobilis redderetur; quod fieri posset & locum ubi locatur & ea loca quibus funibus alligatur ita fabricando, ut aliquantulum malus de loco reptare possit vel ad proram, vel ad puppim, minima enim loci mutatio sufficiet ad centrum virium sufficienter transvehendum, præsertim si ab initio tale assumtum fuerit centrum virium, quod ab aliis centris quæ in aliis possibilibus navis deviationibus locum habent non multum distat. Cum ergo angulus deviationis major statuatur ac in initio fuerat, cum tum centrum virium puppi accedere deberet, malus iste mobilis ad puppim magis movebitur eousque donec gubernaculo opus non amplius sit. Sin vero angulus deviationis minor evadat, malus hic versus proram promovendus erit.

§. XIII.

Si aliæ circumstantiæ non permittunt ut mali mobiles reddantur, altero modo obviam iri poterit, scilicet transportatione velorum, seu expansione in uno malo, novorum velorum in alio vero ut eadem vis conservetur totidem malorum contractione, hoc enim modo quoque centrum virium in alium transferetur locum. Et quidem cum

cum primo suppo∫uerim angulum deviationis cre∫cere, ut centrum virium ad puppim magis accedat, vela ex parte centri ver∫us proram diminuenda ∫unt contractione vel ∫altem diminutione latitudinis quorumdam velorum & contra ex altera centri parte ver∫us puppim tantundem velorum de novo extendendo vel latitudinem velorum augendo.

In altero vero ca∫u decre∫centis anguli deviationis, vela ver∫us puppim diminuenda & ea ver∫us proram augmentanda erunt. Quantum vero demendum ∫it adponendumve, gubernaculum indicabit; eou∫que enim addendum detrahendumve e∫t velis donec gubernaculum nil amplius agere debeat. Atque tum quoque navis in ∫uo ∫itu ab∫que interventu gubernaculi con∫ervabitur.

§. XIV.

Quodcumque autem i∫torum remediorum adhibere lubuerit, ∫ive primo fabricatione mali mobilis, ∫ive altero tran∫latione velorum, ∫ive horum neutro ∫ed gubernaculo, ne multum opus ∫it motione mali mobilis aut tran∫latione velorum, aut ∫i tertium remedium adhibeatur, ubi ad hoc quam maxime re∫piciendum e∫t, ne gubernaculum valide agere debeat, unde celeritas navis diminueretur, talis e∫t in con∫titutione malorum locus centri virium eligendus à quo ∫i navis alias deviationes habeat, centra illis deviationibus competentia non multum differant. Tale autem punctum ut determinetur, nece∫∫e e∫t, ut figura navis in computum ducatur, cum re∫i∫tentia aquæ dependeat poti∫∫imum à laterum figura, quæ in aquam impingunt.

§. XV.

Ut à ∫implici∫∫imis initium ducamus, ∫int duo navis latera ro∫trum componentia, lineæ rectæ, quæ quidem ∫uppo∫itio licet navi accuratè non competat, tamen hîc nobis ubi non fixum aliquod punctum quæritur, aliquam

Fig. I. lucem fœnerari poterit. Sit ergo ABHC navis figura, A ejus prora, H autem puppis, AH ſpina angulos A & H biſecans, erunt & latera AB AC æqualia & latera puppis BH & CH. Sint AB & AC partes navis reſiſtentiæ expoſitæ, eæque ſolæ, quod ſemper continget ſi angulus deviationis navis minor erit quam dimidius angulus puppis H. Sit D*d* vel E*e* directio motus navis, impinget navis ſecundum hanc directionem in aquam, ſeu cum res eodem redeat, facilioris conceptus gratia ſupponam navem quieſcere & aquam juxta eandem directionem *d*D vel *e*E eadem celeritate quam habebat navis, in navem impingere, ſcilicet in latera AB & AC, neutrum laterum BH vel CH ferire poterit cum ſit angulus deviationis quem D*d*, cum ſpinâ HA, conſtituit minor quam angulus dimidius puppis H.

§. XVI.

Notum eſt ex hydroſtaticâ aquam in hæc latera reſiſtentiam ſuam normaliter in eadem latera exercituram, & cum aqua in idem latus AB & AC illidens ubique eodem angulo incidat, erit centrum virium eidem lateri AB vel AC impreſſarum in earum medio D & E. In his ergo punctis totam reſiſtentiam tanquam congregatam concipiam, eritque directio reſiſtentiæ cum ſit in latera normalis in latere AB linea DG & in AC linea EG quæ ſunt ſigillatim normales in latera AB & AC. Hæ duæ directiones ubi ſeſe mutuo ſecant, erit centrum commune virium reſiſtentiæ; concurrunt autem ut palam eſt ob latera AC & AB æqualia in puncto ſpinæ G per quod tranſit lineæ æquilibrii mediarum directionum reſiſtentiæ; quamcumque autem hæc linea habeat poſitionem, ſecabit ea ſpinam AH in puncto G. Erit ergo punctum G id ipſum centrum quod quæritur, de quo hoc notandum eſt, quod ſit ſemper conſtans, quæcumque ſit navis deviatio, modo ejus angulus angulum puppis BHC dimidium non excedat.

§. XVII.

Si ergo navibus hujusmodi figura tribueretur, maximum hoc commodum obtineretur quod, loco centri virium manente fixo, navis absque gubernaculi ope in quolibet deviationis angulo, malis semel ritè constitutis conservari posset, modo, ut jam aliquoties notavi, angulus deviationis minor sit quam angulus puppis dimidius. Atque si ex re erit majores deviationis angulos usurpare eo majores quoque puppis anguli construi possent, ad id, ut aqua latera BH atque CH nunquam lambat. Punctum vero G quomodo definiatur, facile colligi potest, scilicet bisecando alterutrum laterum rostrum navis, componentium, & ex bisectionis puncto in idem latus perpendicularem erigendo, erit factum quod quæritur; punctum enim G erit ubi ista perpendicularis spinam navis secat.

§. XVIII.

Si hæc figura ob alias causas incommoda videretur quæ navi tribuatur, possum insuper alias figuras indigitare, quæ navibus dari possent ut absque gubernaculi adminiculo immotis malis & velis, navis eandem deviationem obtineat, seu ut centrum commune virium in eodem loco maneat; nil aliud enim ad hoc requiritur quam ut, existente figura navis aquam ferientis ex lineis rectis conflata, perpendiculares ex punctis mediis singulorum navis aquam ferientium laterum, in eadem latera, conveniant omnes in eodem spinæ puncto, seu ut omnia ista latera sint chordæ ejusdem circuli centrum in spina navis habentis, tum enim in hoc centro convenient omnes perpendiculares in medium cujusvis lateris navis in aquam impingentis, unde centrum istud circuli ipsum erit centrum virium quæsitum. Sit ACEDB circulus, centrum ejus G & diameter quæ pro spina navis accipietur, AGH. Ducantur chordæ ex utrâque parte spinæ quot Fig. II.

quæcumque lubuerit ut AB BD & AC CE, ducanturque lineæ proram constituentes DH & EH, habebitur figura navis hanc prærogativam habens ut centrum virium in eodem maneat loco, utcumque mutato deviationis angulo, modo deviationis versus plagam E angulus, angulum AHE non excedat & deviationis versus plagam D angulus, angulum AHD non excedat; centrum vero virium erit in G.

§. XIX.

Hoc usum quidem habere posset in constructione navium, sed cum de hoc non sit quæstio, propius ad figuram navium receptam accedendum est. Contemplabor eam post Virum celeberrimum Joannem Bernoullium tanquam duo segmenta circularia æqualia super eadem chordâ; in hac vero hypothesi multo difficilius pro quovis deviationis angulo centrum virium determinatur, cum ideo quod latera navis resistentiam sentientia, sint mutabilia in alio deviationis angulo, tum quod figura sit curvilinea, adeoque incidentiæ angulus in quovis puncto alius est. Hic mihi quia non pro qualibet deviatione centrum virium cognitum habere opus est, necesse non erit modum tradere centrum virium in ista hypotesi pro quovis deviationis angulo determinandi, sed sufficiet si duo saltem centra in duabus deviationibus quarum una possibilium maxima est, altera minima determinavero, quæ duo centra limitum adinstar esse possunt, quos inter determinandum est punctum illud loco centri communis virium accipiendum, quod quæritur. Assumo ergo hasce duas deviationes minimam illam possibilium seu illam cujus angulus est æqualis nihilo seu evanescit, & alteram possibilium maximam pro qua accipiam angulum rectum seu 90 graduum, ultra hunc angulum deviatio navis crescere nequit, cum puppis in proram & prora in puppim converteretur. Pro utraque si determinavero centra, certus sum, inter ea id quod quæritur

contineri, magis autem versus centrum pro priori deviatione, quæ nulla est, inventum, assumendum est, quam versus posterius, ubi directio motus navis cum spina constituit angulum rectum, cum anguli deviationum navis magis consuetarum propius semper sint angulo evanescenti quam 90 gradubus. Ac subinde cum sit liberum assumere inter ista duo centra illud quod desideratur seu quod sit centrum commune virium in maxime consuetis deviationibus, tale quoque assumendum est, quod facile & sine multo labore construi possit.

§. XX.

Indagabo itaque primo centrum cum deviatio est graduum 90. Sit FAMD navis, F prora, FM spina, N centrum arcus FAM, ex centro N ducatur NGA spinam bisecans in G, bisecabit ea quoque arcum FAM; eritque in spinam normalis. Moveatur ergo navis juxta directionem NA in aqua, ita ut angulus deviationis sit 90 grad. palam est, quia arcus AM similis est & æqualis arcui AF, atque tantam quantam hic resistentiam patitur, fore ipsam AN lineam æquilibrii resistentiæ, adeoque punctum G ubi spina FM ab NA secatur fore centrum commune virium, in isthac navis deviatione. Habeo itaque jam centrum commune virium navis cum ejus motus directio cum spina angulum 90 graduum constituit; pro deviatione autem evanescente magis erit arduum istud centrum definire, unde meam quam dabo constructionis analysim hic non subjungam, ne nimium sim prolixus, sed ejus demonstrationem ex Cl. D. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, depromam. Fig. III.

§. XXI.

Ponamus itaque navem secundum directionem spinæ MF moveri in aqua, verum quidem est ubicumque centrum virium in spina accipiatur, hanc navis deviationem, quæ nulla est, conservatam iri. Quæritur autem

illud punctum in spina FM in quo secatur spina à linea æquilibrii mediarum directionum resistentiæ arcus FA tantùm, qui hac in parte spina FM solus resistentiam patitur; nam in A erit navis directio tangens AT, secundum quam resistentiam perfert; etenim in eodem puncto spinæ FM quo à linea æquilibrii resistentiæ arcus AF secatur, secabitur quoque à linea mediarum directionum seu æquilibrii resistentiæ quam arcus DF perfert, quia hi duo arcus AF & DF similes sunt & æquales & aquæ resistentiam æqualiter sufferunt. Et hinc punctum illud, quo spina FM à linea æquilibrii mediæ resistentiæ arcus AF secatur, verum erit centrum virium navis cum deviatio evanescit. Et hoc punctum proinde etiam erit terminus centrorum in omnibus navis deviationibus; versus proram seu istud centrum præ omnibus aliis proxime accedit ad proram.

§. XXII.

Sic autem istud centrum determino. Ex centro N ducatur recta NL arcum AF bifariam secans in L, spinamque FM in I; producatur ea in K usque ut sit IK = IN producatur quoque radius AN, in eaque sumantur puncta E & Y; ut sit EY = NE = AN. Jungantur puncta E & I rectâ EI: huicque paralella ducatur ex K linea KH, quæ producta transibit per punctum Y, nam quia KI=IN occurret illa linea producta in aliquo puncto quod tantum distat ab E, quantum E distat ab N, ob NI = IK; hoc punctum ergo ipsum erit punctum Y. Punctum autem H in spina navis FM, ubi ea à linea KY secatur, erit centrum commune virium, cum nempe navis secundum directionem spinæ movetur.

§. XXIII.

Rationem hujus constructionis petere est ex Cel. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, ex Capitis XIII. paragrapho 4. ubi centrum mediæ resistentiæ, quam quilibet

arcus circularis subit, determinat. Quem paragraphum, ne Illustrissimi Judices opus habeant, aliunde demonstrationis meæ constructionem quærere, ipsissimis celeb. Auctoris verbis una cum ejus figura hîc adjungo, sic se habent ejus verba. „ Soit donné un arc de cercle quelconque APF mû dans l'eau suivant la tangente AT, N est le centre de cet arc, NA le rayon au point d'attouchement, FG perpendiculaire, sur NA, AE le diamêtre du même arc APF. Prolongez AE en Y en sorte que EY = au rayon. Prenez NR égal aux trois quarts de la troisiéme proportionelle de YG à EG. Elevez la perpendiculaire RS & la faites égale aux trois quarts de GF. Tirez enfin NS. Je dis que le point S sera le centre de la resistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne. " Fig. IV.

§. XXIV.

Linea ergo ista æquilibrii mediæ resistentiæ NS ubi ea secat spinam FG, ibi, nempe in H erit centrum commune virium resistentiæ. Ex mea autem constructione idem reperiri punctum H ex eo patere potest quod linea GH in utraque constructione æqualiter determinetur, quod ita demonstro. In constructione Bernoullianâ est $GH = \frac{RS.\ NG}{RN}$ ob triangula similia NRS, NGH; est autem $RS = \frac{3}{4}\ GF$ & $NR = \frac{3}{4}\frac{EG^2}{YG}$. Unde his valoribus substitutis erit $GH = \frac{GF.\ NG\ YG}{EG^2}$.

§. XXV.

Ex meâ vero constructione fundata in Bernoullianâ, est $GH = \frac{GI.\ YG}{EG}$ ob triangula similia EGI, & YGH; lineæ enim EI & YH sunt paralellæ. Ducatur EF, erit ea Fig. III.

paralella lineæ NL, bisecat enim LN arcum AF, unde cum N sit centrum illius arcus, erit arcus AL mensura anguli ANL; cum vero sit NA = NE erit punctum E in peripheria ejusdem circuli & inde anguli AEF mensura erit dimidius arcus AF, id est, arcus AL; est ergo angulus ANL = angulo AEF, adeoque linea NI paralella lineæ EF; sunt ergo triangula NGI & EGF similia, quocirca erit $GI = \frac{GF \; NG}{EG}$ quod substitutum in superiore æquatione loco GI, proveniet $GH = \frac{GF \; NG. \, YG}{EG^2}$. Cum itaque in figuris III. & IV. punctis respondentibus eædem appositæ sint literæ, erit GH in figura III. eadem cum GH in figura IV. ideoque punctum H idem quoque erit in utraque figura. Unde concluditur illud à me recte esse determinatum.

§. XXVI.

Determinati ergo sunt duo centrorum limites, nempe puncta G & H, inter quæ assumendum est illud quod quæritur centrum cujus respectu mali in navibus collocentur. Propius vero versus punctum H quam versus G sumendum illud est, cum deviationes navium sæpius sint infra angulum 45 graduum, quam eum superent. Est autem inter puncta G & H punctum I jam determinatum, quod observo semper propius esse puncto H quam puncto G; distantia enim HI se habet ad distantiam GI ut EY ad EG, id est, cum EY sit æqualis EN, erit illa ratio ut EN ad EG quæ est semper minoris inæqualitatis. Unde autumo si illud centrum quæsitum in circa in puncto I assumatur, haud multum à scopo aberratum iri; nam præterquam quod puncto H propius sit quam puncto G, idem deprehenditur cum eo quod inveniretur, si latera AF & DF tanquam lineæ rectæ considerentur, quodque centrum jam determinatum est: punctum enim I hîc determinabitur bisecando latus alterutrum AF & ex bisectio-

nis

nis puncto L in AF normalem erigendo, punctum enim in quo est concursus linearum LN & spinæ FM, erit istud punctum I. Facillime ergo inveniri poterit punctum istud in posterum pro centro habendum.

§. XXVII.

Manifestum ergo est, me non monente vim velorum versus proram multo majorem fore, quam ad puppim, cum centrum I semper in prora navis reperiatur. Si itaque in nave unicus tantum erigendus sit malus, ille ponetur in puncto isto I. Si duo mali, unus ex una parte puncti I, alter ex altera parte, in talibus distantiis ab I quæ sint reciproce ut vires quas à vento excipiunt. Eodem modo se res habebit si plures mali in nave sint erigendi. Atque sic locus malorum optimus & utilissimus est indigitatus. Restat ad hoc Caput plane absolvendum, ut addam qualem angulum cum horisonte, mali constituere debeant.

§. XXVIII.

Cum mali verticales ventum ad angulos rectos excipiant, si nimirum linea venti in planum velorum perpendicularis est, quæ est vis maxima venti, utpote quæ crescit in duplicata ratione sinus anguli incidentiæ cæteris paribus, utique mali maxima vi navem propellendi gaudebunt, absque longa igitur disquisitione mali ita sunt constituendi, ut cum navis in pleno motu fuerit, mali tum sint verticales. Cum itaque detur angulus ad quem navis inclinari debeat, mali ab initio versus puppim angulo isto inclinari debent, ut cum navis plene moveatur, proraque ad datum angulum submergatur, mali tum fiant verticales, verum cum funes versus puppim à vi quam à vento sustinere debent extendantur magis, unde fit ut mali protinus ad proram inclinent, cui autem facile, ut & aliis quæ hîc impedimentum quoddam creare possint, intelligentes Naupegi, mederi poterunt.

CAPUT ALTERUM.

De altitudine malorum, seu quantitate virium navem propellentium.

§. XXIX.

SI navis à vento vela inflante propellitur, duplicem in navem exerceri vim experientiâ constat. Unam qua navis promoveatur, alteram vero qua navis inclinetur versus proram seu qua prora profundiùs immergitur. Prioris effectus gratia vela adhibentur, ne operoso remigando navis propelli debeat. Posterior effectus merum est incommodum in navigationibus, cum propter illum vis impellens non pro lubitu augeri queat, ne prora prorsus aut saltem tantum quam sine periculo nequit immergatur.

§. XXX.

Huic autem incommodo obviam eundo, & navem extra omne periculum ponendo, tanta velorum copia est admittenda quæ faciat ut navis ad certum aliquem & fixum gradum inclinetur quo sit & perseverare possit sine ullo discrimine, cum proinde ista navis inclinatio non solum à velorum quantitate, verum etiam & præcipuè à loco applicationis & latitudine velorum dependeat, determinandus est inter omnes illos casus quibus navis ad datum gradum seu ad datum inclinationis angulum inclinetur, ille qui navem celerrimè promovet, seu qui velorum maximam admittit copiam; hoc enim casu, palam est fore ut navis quantum absque periculo potest celerrime promoveatur.

§. XXXI.

Cum itaque proponatur angulus inclinationis ſeu ille angulus, quem conſtituere debent ea in nave cum linea verticali, quæ nave quieſcente in ipſa verticali fuere, oportet ut determinetur quantitas velorum quæ malis applicata, navi ad propoſitum angulum inclinandæ præciſe par ſit. Verum ad vis iſtius quantitatem determinandam, quum quælibet venti vis duplicem in navem exerat effectum, neceſſe eſt ut primum inquiramus quanta vis venti portio navi promovendæ deſtinata ſit & quanta navi inclinandæ. Hoc autem ut inveniam, ſequenti modo ratiocinor.

§. XXXII.

Primo, cum prævideam reſiſtentiam aquæ ad iſtum effectum multum conferre, ponam aquam navi plane nullam reſiſtentiam opponere, ſed navem liberrime transmittere, manente tamen eâdem aquæ gravitate. Patet in hac hypotheſi nullam venti portionem in nave inclinanda conſumi, ſed totam venti vim navi propellendæ inſervire; ponamus enim navem aliquantulum tantùm inclinari, ſcilicet ex ordinario ſitu quo centrum gravitatis ad infima quæ poteſt deſcendit, detorqueri, patet navem hoc in ſitu permanere non poſſe utcunque celeriter navis deferatur; navis enim cum in ſitu iſto non naturali perſeverare nequeat, rurſus in naturalem reverti conabitur; quod duplici modo fieri poterit, vel ſi mali retrocedant & ita proram rurſus ex aqua extollent, donec ſitus naturalis obtineatur, vel autem ſi navis ipſa celerius quam mali progrediendo ex ſitu coacto erumpat & ita ſeſe reſtituat; prius fieri nequit cum ventus malos regredi non permittat, poſterius navis facillimè peraget, cum nullam inveniat reſiſtentiam, quæ reſtitutionem iſtam impedire poſſet, & ita navis hoc modo in aqua non reſiſtente progrediendo plane non inclinabitur quantacunque venti

vis adhibeatur adeoque tota vis, quam ventus in vela exerit, in nave promovenda insumetur, & nulla in nave inclinanda.

§. XXXIII.

Transeo jam ad alterum extremum & suppono aquam navi infinitam resistentiam facere, scilicet concipi potest aqua in glaciem durissimam conversa, cavitas autem cui insistit navis politissima, hoc modo enim fiet ut navis promoveri nequeat ob resistentiam respectu aquæ resistentiam infinitam, attamen inclinari poterit navis; motui enim inclinationis non resistetur ob superficiem glaciei perfectè lævigatam. Expansis itaque velis patet totam venti vim in nave inclinanda occupatam fore.

§. XXXIV.

Hisce duobus extremis consideratis, pervenio ad aquam naturaliter consistentem, quæ est tanquam medium inter duo extrema ista; nec enim plane nullam obvertit navi resistentiam nec infinitam, unde jam palam esse potest, cum ab utroque extremorum aqua aliquid participet, venti vim & navem propellere debere & navem quoque inclinare. Perpendendum ergo est quanta vis venti portio in promovenda, & quanta in inclinanda nave occupetur, quæ duæ portiones totam vim venti adæquare debent, cum effectus suos secundum easdem directiones edant. Est itaque vis venti navem propellens aucta, vi venti navem inclinante æqualis totæ venti vi.

§. XXXV.

Si effectus venti aliter consideretur, patet partem potentiæ venti consumi in superanda resistentia aquæ, atque partem in promovenda nave; quæ duæ partes, cum effectus suos quoque secundum eandem directionem edant, simul sumptæ totam venti vim adæquant. Comparando ergo istam distributionem cum eâ quam in §. præcedente

instituimus, inveniemus, summam virium venti ejus quæ navem inclinat & ejus quæ navem promovet, æqualem esse summæ virium venti ejus quæ aquæ resistentiam superat & ejus quæ navem promovet; demta ex hac æquatione utrinque vi navem propellente, emerget vim venti resistentiam aquæ superantis æqualem esse vi venti navem inclinantis. Atque ita patet quanta vis ad inclinadam navem impendatur, nempe tanta, quanta superandæ resistentiæ aquæ par est. Cum ergo sit resistentia navis in duplicata ratione celeritatis ejus, erit quoque vis superandæ resistentiæ destinata, & hinc quoque vis navem inclinans erit in duplicata ratione celeritatis navis; quo celerius ergo navis procedit, eo magis quoque navis inclinabitur, & in ipso motus initio cum celeritas navis adhuc est infinite parva, erit quoque vis navem inclinans infinite parva, & crescente navis celeritate angulus inclinationis augmentabitur.

§. XXXVI.

Quemadmodum corpora cadentia paulatim majorem acquirant celeritatem à vi gravitatis continuo ea ad descensum sollicitante nec illis subito celeritas ea quam tandem acquirunt communicatur & sicut lignum torrenti injectum ab initio infinite parvam quidem habet celeritatem, eo vero continuo augetur, sic quoque vento vela impellente ab initio navis celeritas est infinite parva, crescit autem ea continuo, donec tandem tantam acquirat celeritatem quæ ulterius augeri nequit, si enim aqua nullam opponeret navi resistentiam, tandem navis acquireret celeritatem æqualem celeritati venti, resistente autem aquâ celeritatem tandem post tempus infinitum quidem acquiret navis minorem venti celeritate, tanto scilicet minorem ut ventus celeritate residuâ vela petens præcisè superandæ resistentiæ par sit. Dico post tempus demum infinitum, sed jam post aliquantum temporis spatium, tantam acquirit navis celeritatem quæ sensibiliter ulteriùs non crescit.

§. XXXVII.

Cum ergo navis motu accelerato procedat, reſiſtentia quoque creſcit & tunc vis ſuperandæ reſiſtentiæ deſtinata etiam creſcit; & proinde quoque vis navem inclinans, ut adeo angulus inclinationis continuo creſcat donec tandem cum navis celeritas eadem permanſerit, immutatus remaneat; nave autem uniformiter procedente, tota vis vela propellens in ſuperanda aquæ reſiſtentia conſumitur, & tunc quoque tota venti vis, cum navis celeritas maxima fuerit, in inclinanda nave conſumetur.

§. XXXVIII.

Cum autem proponatur angulus ad quem navis inclinari debet, procul dubio hic angulus maximus eſſe debet eorum ad quos navis inclinatur, ſeu debet eſſe angulus inclinationis cum navis fuerit in pleno motu; ſi enim iſti angulo æqualis fieret inclinationis angulus mox ab initio motus, tum angulus inclinationis protinus creſceret, & tandem multo fieret major ac erat propoſitum; maximum ergo inclinationis angulum inpoſterum pro cognito habebimus, nempe eo dato inveſtigabimus quantitatem vis à vento mutuandæ quæ navi tandem ad propoſitum angulum inclinandum par ſit, ſeu cum iſte angulus dein idem permaneat, requiritur vis quæ navem ad hunc uſque angulum inclinatam conſervare poſſit.

§. XXXIX.

Ut iſtud commodius detegam, unicum tantum malum navi infixum ſupponam, & in ejus puncto aliquo, circa quod quaqua verſum vela & proinde vis venti æqualiter ſunt diſperſa, totam venti vim admittendam congregatam conſiderabo, quod punctum ergo inſtar centri communis velorum, quemadmodum in poſterum quoque vocabitur, erit. Quo autem facilius vim ad navem ad propoſitum angulum inclinandum requiſitam inve-

niam loco venti pondus in computum ducam, quod in eodem centro communi velorum applicatum ponam, atque malum horisontaliter, quod ope trochleæ fieri poterit, trahens, atque sic determinandum est pondus, quod navi ad datum angulum inclinandum par sit, quo facto postmodum tradam methodum vim venti cum ponderibus comparandi, ut loco ponderis inventi, ventum rursus incomputum introducam, atque sic determinem quantum virium à vento excipiendum sit ut navis ad propositum angulum inclinetur.

§. XL.

Cum autem jam notum sit quantum virium inclinationi navis destinatum sit, proinde navem tanquam quiescentem considerare potero, seu quod eodem redit, aquam tanquam in glaciem congelatam considerabo, ita tamen lævigatam ut navis in cavitate sua liberrimè absque ulla strictione inclinari & reclinari possit; hoc enim modo navis tanquam in medio infinite resistente constituta erit considerata, & proinde ea vis sola, quæ inclinandæ navi inservit in centro velorum applicata navem eodem modo inclinabit, ac si navis in aqua naturali processerit. Hic ergo quoque, ubi loco venti pondus in computum duco, navem eodem modo collocatam in glacie contemplabor, & indagabo pondus quod navem ad propositum angulum inclinare possit.

§. XLI.

Non sufficit autem ad pondus quæsitum inveniendum proponere angulum inclinationis; sed præterea requiritur ut cognoscatur figura navis, pondus atque locum centri gravitatis ejus. Quod ad pondus navis & locum centri gravitatis attinet, ea generaliter tractabo ut ad quoslibet speciales casus applicari possint; per pondus navis autem non intelligo pondus navis vacuæ sed oneratæ, & eodem modo centrum gravitatis oneratæ navis intelligo. Quod autem ad figuram navis, spinam ejus tanquam in

arcum circularem curvatam concipio, modo ea ejus pars sit arcus circuli, quæ in aquam intrat; sufficit hujus curvaturæ radius in computum ducetur, seu potius distantia centri curvaturæ spinæ à centro navis gravitatis. Si spinæ curvedo non exactè sit circularis non multum refert, sed pro ea curvatura assumenda est curvatura circularis ad eam quam proxime accedens.

§. XLII.

Fig. V. His positis sit AMHNB navis seu potius ejus spina, B prora & A puppis, MN superficies aquæ: sitque navis ita inclinata ut linea *mr*, quæ in statu quietis navis in horisontem perpendicularis fuerat cum verticali *rn*, nunc faciat angulum *mrn*. Sit C centrum gravitatis totius navis, & G centrum arcus AMNB, seu si arcus AMNB non fuerit exacte circularis, G est centrum arcus circularis curvaturæ spinæ proxime æqualis seu talis arcus qui transit per puncta M & N, & segmentum sub chorda MN comprehendit, æquale ipsi MHN; GH est linea verticalis in isto navis situ quæ erit in MN normalis & proinde eam quoque ut & arcum MHN bisecat. GC est distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ G. EF est malus verticalis in quo sit F centrum commune velorum, in isto puncto loco venti sit applicatum pondus P, quod circa trochleam R malum secundum directionem horisontalem FR trahit, quærendum est quantum debeat esse pondus P quod navem in ista positione conservare possit.

§. XLIII.

In situ navis naturali descendit centrum gravitatis C ad locum, quam possibile est infimum. Patet autem cum semper æqualis arcus MHN sub linea MN seu superficie aquæ contineatur, centrum C gravitatis magis descendere non posse quam cum sit in ipsa verticali GH; cum enim distantia GC semper eadem maneat & punc-

tum.

tum G immutatum quoque sit, totam navis molem in C congregatam concipiendo, manifestum est pendulum GC quiescere non posse nisi sit punctum C in linea verticali GH. Linea ergo GC fuit in statu quietis verticalis, unde angulus CGH erit angulus inclinationis navis & proinde æqualis angulo *mrn*.

§. XLIV.

Ut autem inveniam quantitatem ponderis P quod cum nave in isto situ non naturali in æquilibrio consistat, pono pondus P aliquantulum descendere per lineolam infinite parvam P*p*, cum navis progredi non posse supponitur ob aquam in glaciem mutatam, in sua cavitate circa centrum cavitatis G aliquantulum vertetur ut ex situ AMHNB in situm, *a*MHN*b* veniat, & malus EF in *ef*; ita ut sit F*f* = P*p*. Centrum gravitatis C perveniet in *c*, ita ut ducta G*c* angulus CG*c* æqualis sit angulo FE*f*. Ex *c* demittatur verticalis, *cd*, horisontali per C transeunti in *d* occurrens, ascendit centrum gravitatis navis per altitudinem *cd*, triangulum autem C*cd* simile erit triangulo *rmn*, nam quia linea *cd* paralella est lineæ GH, erit summa angulorum G*cd* & HG*c* æqualis duobus rectis; angulus vero C*c*G est rectus, ergo angulus C*cd* plus angulo *c*GH constituit unum rectum; cum autem triangulum C*cd* in *d*, sit rectangulum, erit summa angulorum C*cd* & *c*C*d* quoque recto æqualis, unde erit angulus *c*C*d* æqualis angulo HG*c*, seu cum nonnisi infinitesima parte differant angulo CGH, seu angulo *mrn*; præterea anguli *d* & *n* æquales sunt, quia uterque rectus est, unde triangula *rmn* & C*cd* sunt similia.

§. XLV.

Sed notum est ex Mechanica, duo pondera utcunque sita sese in æquilibrio conservare cum vel tantillum mutata eorum positione, assensus centri gravitatis unius se habeat ad descensum centri gravitatis alterius reciprocè,

D

ut pondus prioris ad pondus posterioris, seu directè, ut pondus posterioris ad pondus prioris. Hoc applicando in nostro exemplo, cum navis & pondus P se quoque in æquilibrio servare debeant, erit pondus navis quod Q vocabitur, ad pondus P ut descensus hujus Pp, ad ascensum centri gravitatis navis cd, unde erit $P.\,Pp = Q.\,cd$. seu ob $Pp = Ff$ erit $P.\,Ff = Q.\,cd$.

§. XLVI.

Quia autem angulus EFf æqualis est angulo CGc, & angulus EFf est rectus ob EF verticalem & FR horisontalem, erunt triangula GCc & EFf similia adeoque $Ff : EF = Cc : CG$ unde $Ff = \frac{EF.\,Cc}{CG}$ consequenter $P.\,EF.\,Cc = Q.\,CG.\,cd$. seu $P = \frac{Q.\,CG.\,cd}{EF.\,Cc}$ verum ob triangula rmn, Ccd similia, est $Cc : cd = rm : mn$, id est, ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis, quæ ratio cum sit proposita, ponatur, ea ut $1 : s$ erit $P = \frac{Q.\,CG.\,S}{EF}$. Sit distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ spinæ G, nempe $CG = b$, EF, quæ est dimidia mali altitudo cum sit F centrum velorum, & vela supponantur ubique ejusdem latitudinis, ponatur autem tota mali altitudo (mali scilicet unius, cui, si plures sint navi inserendi, æquipollere debent) quæ hîc nobis determinanda proponitur, æqualis, z. erit ergo $EF = \frac{1}{2}z$, & habebitur $P = \frac{2Qbs}{z}$.

§. XLVII.

Determinatum ergo est pondus P, quod navem in dato inclinationis angulo conservare potest; huic ponderi æquivalere debet vis à vento excipienda: ad hanc ergo quoque definitionem necesse est ut primum inquiram in rationem quam vis venti ad pondera habeat, seu ut vim

venti in ponderibus exprimam. Hoc quidem experientia institui posset, verum etiam à priori ex theoria proportionem deduci posse monstrabo. Experientia hoc sequenti modo fieri potest. Fiat malus utcunque brevis AH circa punctum A mobilis, huic sit alligatum velum planum EH, quod vento exponatur, qui secundum directionem RF in illud impingat, malumque circa polum A rotari conetur; applicetur autem in puncto F centro veli, funiculus FR qui circa trochleam R trahatur à pondere P ita ut malus ab isto pondere retrahatur, determinetur autem experientiâ pondus P ei addendo vel subtrahendo donec malus in situ verticali conservetur, & tum erit pondus P quod vento istud velum EH inflanti æquipollet, & cum innotuerit capacitas veli & celeritas venti, ex inde facile comparatio in aliis venti celeritatibus & aliis velis vel majoribus vel minoribus institui poterit. Fig. VI.

§. XLVIII.

Generaliter autem ratio inter vim venti & pondera à priori ex theoria hoc modo innotescere poterit, ut generalius rem complectar, abstraham à vento seu aëre & ejus loco quodlibet fluidum contemplabor, ejusque percussiones cum ponderibus comparare tentabo. Sit vas cylindricum EADBF, isto fluido usque in EF repletum, basis autem ACBD sit horisontalis, patet, fundum istud premi à fluido incumbente, ita ut perforato ubivis hoc fundo, fluidum tanta celeritate efflueret quantam acquirere potest corpus cadendo ex altitudine FB. Quemadmodum Clar. Hermannus in suis annexis ad Phoronomiam, Celeberrimo Bernoullio suppeditante, primus publice demonstravit, fundum ergo sustinet pressionem fluidi ferendo, idem ac si idem fluidum ea celeritate qua efflueret per foramen, in illud impingeret. Fig VII.

§. XLIX.

Demonstravit autem modo citatus acutissimus Ber-

noulli apud Michelottum in Libro *De separatione fluidorum*, fluidum per foramen effluens dimidiæ saltem densitatis censendum esse, ejus quam in vase habebat; inter duos enim globulos seu atomos fluidi effluentis contineri tantundem vacui, ita ut globuli quæ in vase contigui fuerant; in egressu separentur, ita ut in æquali spatio saltem dimidium contineatur fluidi in exitu ex foramine, quam ejus in vase, unde rationem reddit celebris phænomeni de contractione fili fluidi ex vase erumpente. Hoc ergo in nostro casu applicato, dicendum est fundum vasis ferendo pressionem fluidi in vase contenti, idem sustinere ac si fluidum duplo rarius celeritate, æquali ei quam grave ex altitudine FB descendendo acquirere potest, in id irrueret.

§. L.

Habeo ergo rationem seu proportionem inter pondera & vim percussionis fluidorum; ex hisce enim concluditur, cum fluidum quodvis celeritate quacumque in planum directè seu perpendiculariter irruit, planum idem sustinere ac si in situ horisontali positum sufferret pressionem fluidi duplo densioris & altitudinis tantæ, ex qua grave cadendo celeritatem æqualem celeritati fluidi allabentis aquirere potest: cum ergo innotuerit pondus hujus fluidi duplo densioris baseos æqualis plano dato & altitudinis dictæ, habebitur pondus vi fluidi illius allabentis æquivalens.

§. LI.

Applicetur hoc ad ventum, & patebit vela ventum directe excipiendo idem sustinere ac si in situ horisontali posita perferrent pressionem fluidi quod aëre duplo densius est, & altitudinis ex qua grave cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti. Sit v celeritas venti ea scilicet qua vela petit seu celeritas respectiva. Experientia autem constat grave ex altitudine 15 pedum

Rhenanorum descendendo celeritatem adipisci qua cum tempore unius minuti secundi percurrere possit 30 pedes, ut celeritatem venti v, exeffectu seu spatio percurso dato tempore metiamur, designet v numerum pedum Rhenanorum quos tempore unius minuti secundi percurrere potest.

§. LII.

Cum altitudines in descensu corporum sint ut quadrata celeritatum acquisitarum, & corpus ex altitudine 15 pedum descendendo acquirat celeritatem ut 30 fiat ut 900 quadratum ipsius 30 ad vv quadratum celeritatis venti respectivæ, ita 15 pedes ad $\frac{15\,vv}{900} = \frac{vv}{60}$ ped. quæ est altitudo ex qua corpus cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti v.

§. LIII.

Habeo itaque altitudinem illius fluidi quod suo pondere æquivalet vi venti. Basis erit superficies velorum; est autem eorum longitudo quæ eadem est cum altitudine mali, jam posita æqualis z. Sit præterea latitudo velorum $= a$, erit ergo basis illa æqualis az. Sunt autem a & z etiam in pedibus Romanis exprimenda cum v jam sit ita expressa, erit ergo moles fluidi illius suo pondere æquivalentis vi venti $= \frac{azvv}{60}$ pedibus cubicis.

§. LIV.

Restat ergò ad pondus vi percussivæ venti æquipollens inveniendum, ut gravitatem fluidi illius inquiramus; quia autem fluidum illud duplo densius ponitur quam aer, erit etiam duplo gravius, unde cum pes cubicus aeris ponderet quam proxime $\frac{1}{12}$ libræ, ponderabit pes cubicus illius fluidi $\frac{1}{6}$ libræ, unde $\frac{azvv}{60}$ pedes cubici ponde-

re æquabunt $\frac{azvv}{360}$ libras, & hoc eſt pondus, quod trahendo eundem effectum præſtare valet ac ventus celeritatē ut v vela impellente; hoc ergo pondus æquale ponendum eſt ponderi P. quod quoque loco vis venti poſitum fuit, & erit $P = \frac{azvv}{360}$.

§. LV.

Inventum autem fuerat §. 46. $P = \frac{2Qbs}{z}$. Unde erit $\frac{2Qbs}{z} = \frac{azvv}{360}$, ſeu $azzvv = 720Qbs$. Ut autem perfecta reperiatur uniformitas, b in pedibus quoque Romanis & Q in libris exprimenda ſunt. Nempe diſtantia centri gravitatis à centro curvaturæ in pedibus, & pondus navis in libris, ut omnia ad eandem referantur unitatem, æquatio autem ad hanc reducetur extrahendo utrinque radicem quadratam, $zv = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ unde invenitur $z = \frac{12}{v}\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$.

§. LVI.

En ergo jam æquationem, ex qua altitudo quæſita malorum z determinari poteſt. Datis primo pondere navis Q in libris. Secundo diſtantia b centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum quæ ubique eadem ſupponitur a, in pedibus quoque. Et quarto celeritate venti relativa, nempe ea qua navem petit; cum enim navis quoque celeritatem habeat, aer ſua celeritate in navem impingere nequit, ſed vela petit celeritate, qua celeritas venti celeritatem navis excedit; hæc autem velocitas v exprimenda eſt in pedibus itidem Rhenanis, ſcilicet indigitat ea quot pedes ventus uno minuto ſecundo

emetiatur celeritate respectiva, prætereà angulus inclinationis nempe sinus ejus s existente sinu toto $= 1$ per se datus est. Et sic altitudo mali z determinari poterit.

§. LVII.

Notandum est in expressione mali z resistentiam aquæ non in computum venire, & hinc eo facilius erit altitudinem mali supputare. Cum autem requiratur vis venti cum navis jam fuerit in pleno, motu à celeritate venti detrahenda est celeritas navis & habebitur celeritas v; & hinc mirum non est quod resistentia aquæ non in computum ineat; ejus enim loco introducta est celeritas respectiva v. Ad hanc enim determinandam data venti celeritate, requiritur navis celeritas, ad cujus cognitionem utique resistentia aquæ & partes navis in quas aqua impingit in computum duci debent.

§. LVIII.

Cum autem difficile sit data venti celeritate navis celeritatem prævidere ut celeritas venti respectiva haberi possit, quæ in expressione altitudinis mali cognita esse debet, necesse est ut methodum tradam navis celeritatem quovis peracto spatio inveniendi. Sufficeret equidem celeritatem navis maximam seu eam quam acquirit spatio infinito percurso indicasse, cum v sit celeritas venti respectiva, cum navis maximam jam acquisierit celeritatem. Verum cum hîc commoda offeratur occasio, & celeritas navis maxima exinde facillime inveniri queat, modum inveniendi navis celeritatem quovis peracto spatio, hîc in medium proferam; ex eo enim legem accelerationis navis videre erit, & cum naves non quidem infinitum spatium percurrere debeant, ut uniformiter procedant, sed aliquanto spatio perverso jam tantam acquirunt celeritatem quæ sensibiliter postmodum non crescit, patebit quoque quantum spatium navis percurrere debeat, ut sensibiliter uniformi motu procedat.

§. LIX.

Ad hoc vero inveniendum neceſſe eſt ut reſiſtentia aquæ in computum ducatur. Quia autem navium figura talis non eſt quæ nave in aquâ motâ, aquam normaliter percutiat, ſed oblique & in uno loco obliquius quam alio, aquæ reſiſtentiam patiatur. Non ergo pro ratione ſuperficiei navis aquam ſtringentis reſiſtentiam metiri licet, cum ea quoque in alio deviationis angulo alia ſit, ad huic inconvenienti occurrendum aſſumam aliquod planum quod aquam ea qua navis movetur celeritate, normaliter feriendo, eandem cum nave reſiſtentiam ſubeat. Hoc modo enim facilius erit reſiſtentiam navis contemplari, cum angulus incidentiæ ſupponatur ſemper rectus, & ſpatium aquam feriens conſtans, nonniſi ergo ad celeritatem qua in aquam impingit attendendum erit.

§. LX.

Pro hoc autem plano eandem cum nave reſiſtentiam patiente abſque ſenſibili errore aſſumi poſſe video ſectionem navis tranſverſalem maximam, ejus ſcilicet navis partis quæ in aqua degit, hæc quidem cum navis ſecundum ſpinæ directionem movetur aquam normaliter feriendo, multo majorem ſufferret reſiſtentiam quam navis, & hinc iſtam ſectionem pro illo plano aſſumendo in exceſſu peccaretur, verum nave obliquè motâ, reſiſtentia ejus quoque augetur atque cum prora navis profundius ſubmergitur ſuperficies navis aquam findens incrementum accipit, unde reſiſtentia quoque augebitur, præcipuè cum gubernaculo utuntur. Quocirca reſiſtentia, quam ſectio illa tranſverſalis aquam normaliter feriendo major vixerit, niſi planè ſit æqualis aut aliquantulum minor, quam reſiſtentia navis. Et proindè ſectio illa tranſverſalis maxima non totius navis ſed ſaltem partis ejus aquæ immerſæ, pro plano eandem cum nave reſiſtentiam patiente abſque ſenſibili errore accipi poterit.

§. LXI.

§. LXI.

Sit itaque ista sectio æqualis ff, est autem ff exprimenda in pedibus quadratis, sit præterea altitudo parallelepipedi cujus basis est ff quod capacitate seu mole partem navis sub aqua mersam adæquat $= h$, quæ altitudo etiam in pedibus est exprimenda, cum comparanda sit cum latitudine velorum & altitudine eorundem quæ in pedibus exprimuntur. Erit ergo moles partis navis aquæ immersæ æqualis hff pedibus cubicis, erit enim hff moles parallelepipedi illius quod partem navis aquæ mersam adæquat.

§. LXII.

Ponatur materia navis ejusque onus per omnes partes navis æqualiter dispersa, ut navis tanquam corpus homogeneum considerari possit, ejusdem nempe ubique densitatis, immutato tamen ejus pondere sit ratio istius navis densitatis ad densitatem aquæ ut K ad m, & ad densitatem aeris ut K ad n. Erit ergo pars navis aquæ immersa quoad massam ut $Khff$. Totius vero navis massa cum ut homogenea consideretur, se habet ad partem navis submersam ut densitas aquæ m ad densitatem navis K; erit ergo massa totius navis ut $mhff$. Hisce positis sic ad cognitionem celeritatis navis pervenio.

§. LXIII.

Sit navis jam in motu, & percurrerit spatium y pedum; sit ejus celeritas tum acquisita $= v$, indicat nempe v numerum pedum quos corpus celeritate v motu uniformi minuto secundo percurre potest, sit celeritas venti $=$ c eodem modo c exprimetur per numerum pedum quos ventus uno minuto secundo absolvere potest, unde venti celeritas respectiva erit $= c - v$. Est autem capacitas velorum $= az$ & spatium seu planum quod in aquam impingit, & resistentiam excipit $= ff$.

§. LXIV.

Promoveatur navis per distantiam infinite parvam, nempe per elementum spatii descripti y. Scilicet per dy & quæratur acceleratio dum navis per dy promovetur. Patitur autem interea navis impulsum à vento, quo navis acceleretur, retardatur vero etiam à resistentia aquæ. Est ergo ab incremento celeritatis à vento generato subtrahendum decrementum celeritatis à resistentia aquæ productum. Et habebitur elementum seu incrementum celeritatis navis dum per spatiolum dy pergit.

§. LXV.

Quia aer celeritate c, quæ major est navis celeritate, promovetur, impetus fit ab aere in vela & inde navis celeritas augetur, istud vero incrementum celeritatis ex lege communicationis motus in collisione corporum inveniri potest, cum corpora sunt elastica, aer enim & vela uti & deinceps aqua & partes navis in aquam irruentes tanquam corpora elastica sunt consideranda, si non integra tamen particulæ eorum minimæ ex quibus sunt conflata, cum enim nave semel mota, vela æqualiter semper expansa supponantur, & navis figura immutata quoque maneat, necesse est ut vela & superficies navis si eorum figura ab aere impingente & aqua resistente aliquo modo immutetur, tamen sese statim restituant, & ita pro elasticis haberi queant.

§. LXVI.

Aerem ad hoc contemplor ut congeriem globulorum infinite parvorum quorum diameter æqualis sit elemento quo navis promovetur nempe ipsi dy, tanta ergo copia hujusmodi globulorum, quantum vela capere possunt celeritate c, impinget in vela celeritate v, pergentia. Datis ergo mole navis & mole aeris in vela irruentis, celeritas navis post conflictum reperietur, si scilicet dum navis per

dy fertur resistentia aquæ tolleretur abs qua si dematur pristina celeritas seu ea quam habebat dum esset in procinctu per *dy* promoveri, remanebit elementum celeritatis, quod per spatiolum *dy* navis acquireret, demta resistentia aquæ.

§. LXVII.

Constat autem ex regulis communicationis motus, si corpus A incurrat celeritate ut & in corpus B celeritate *b* motum, tum fore post conflictum celeritatem corporis B æqualem, $\frac{2A\& + \overline{B - A}.b}{A + B}$ ut hoc ad nostrum casum applicem & A massa aeris incidentis, hæc autem massa est ut volumen ductum in densitatem aeris quam posueram, ut *n*, volumen autem aeris incidentis; erit aerea lamina crassitiei $= dy$ & tanta quanta velis implendis sufficit, velorum superficies ventum excipiens est $= az$ & inde volumen aeris impingentis erit *azdy*, consequenter massa aeris impingentis est *nazdy*, hic valor loco A est substituendus.

§. LXVIII.

Pro & autem celeritate corporis A ponetur *c*, celeritas venti & pro corpore B ponenda erit totius navis massa quippe quæ à vento propellitur, erit ergo $B = mhff$, etenim §. 62. inventum fuit massam navis æquari *mhff*, loco autem celeritatis *b* poni debet *v* celeritas navis. His valoribus substitutis reperietur celeritas navis post conflictum $= \frac{2naczdy + mhffv - nazvdy}{nazdy + mhff}$ ab hac celeritate si detrahatur ea ante conflictum, nempe *v* reperietur incrementum celeritatis per spatiolum *dy*, ab impulsu venti productum nempe $\frac{2naczdy - 2navzdy}{nazdy + mhff}$. Cum autem sit in denominatione *nazdy* respectu *mhff* infinite parvum, eva-

nescet illud & denominator erit solum $mhff$; erit ergo incrementum celeritatis à vento ortum $= \frac{\overline{c - v}. 2nazdy}{mhff}$.

§. LXIX.

Hoc est ergo incrementum celeritatis à vi venti productum; inveniendum restat decrementum celeritatis à vi resistentiæ aquæ effectum. Hoc eodem quoque modo arguendo innotescet, supponam nimirum aquam consistere ex globulis, quorum diameter sit $= dy$, patet cum navis per dy movetur, in tot navem impingere globulos, idque normaliter ad directionem motus navis, quot planum ff capere potest; suppono enim, cum ut jam ostensum est eodem redeat, navem eandem pati resistentiam, quam suffert planum ff directè aquam eadem celeritate percutiendo. Erit ergo volumen aquæ in quod navis impingit $= ffdy$, quod ductum in densitatem aquæ m, dabit massam illius aquæ; erit nempe ea $= mffdy$.

§. LXX.

Cum vero aqua quiescens supponatur, navis vero celeritate v procedens ex isto lemmate celeritas navis post conflictum elucescet posito quod per spatiolum dy, nihil à vento excipiat navis. Si corpus A celeritate & in corpus B quiescens impingat, erit post conflictum celeritas corporis A residua $= \frac{\overline{A - B}. \&}{A + B}$. Hic massa navis $mhff$ cum A est comparanda, ejus celeritas vero v, cum &, massa vero aquea resistens $mffdy$ cum B comparanda est; erit ergo celeritas navis residua post conflictum $=$ $\frac{mhffv - mffvdy}{mhff + mffdy}$ quæ si auferatur à celeritate navis v, ante conflictum habebitur decrementum celeritatis, quo navis celeritas per spatiolum dy pergendo à resistentia aquæ imminueretur, si non novum incrementum à vento accipe-

ret, erit nempe celeritas amissa per dy, $= \frac{2mffvdy}{mhff + mffdy}$ $=$ [evanescente, $mffdy$, respectu $mhff$] $\frac{2mffvdy}{mhff} = \frac{2vdy}{h}$.

§. LXXI.

Navis itaque pergendo per elementum dy, à vento accipit celeritatis elementum $\frac{\overline{c-v}\; 2nazdy}{mhff}$. Amittit autem de sua celeritate in superatione resistentiæ $\frac{2vdy}{h}$. Unde subtrahendo elementum retardationis motus navis ab elemento accelerationis, reperietur incrementum celeritatis navis v, dum per dy fertur, nempe $dv = \frac{\overline{c-v}.\, 2nazdy}{mhff} - \frac{2vdy}{h} = \frac{\overline{c-v}.\; 2nazdy - 2mffvdy}{mhff}$.

§. LXXII.

Patet hinc incrementum celeritatis esse manente dy, constante, ut $\overline{c-v}.\, naz - mffv$, seu ut $naz.\, c - v.\, \overline{naz + mff}$ quo magis ergo crescit celeritas navis v, eo magis decrescit elementum celeritatis donec si fuerit $v = \frac{nacz}{naz + mff}$ tum celeritas ulterius non crescat, sed eadem maneat; est ergo hæc celeritas quam navis acquirere potest, maxima iisdem manentibus celeritate venti, capacitate velorum & spatio resistentiam aquæ excipiente, unde concluditur celeritatem navis maximam cæteris paribus esse ut celeritatem venti, eamque se habere ad venti celeritatem ut naz ad $naz + mff$. Quo magis ergo capacitas velorum augetur, eo magis quoque celeritas venti augebitur manente spatio seu plano ff eodem, & manente az capacitate velorum eadem ut & ff, celeritatem navis fore eandem, sive vela sint latiora, sive arctiora, modo ejusdem sint capacitatis, hinc concluditur.

§. LXXIII.

Sic ergo inventa eſt celeritas navis maxima æqualis $\frac{nacz}{naz + mff}$ ad determinandum vero celeritatem navis quovis percurſo ſpatio, æquatio §. 71 inventa integranda eſt, ad hoc efficiendum eam ad hanc reduco $\frac{2dy}{mhff} = \frac{dv}{c.naz - v\,\overline{naz + mff}} = \frac{-1}{naz + mff}\,\frac{-dv.\,\overline{naz + mff}}{cnaz - v.\overline{naz + mff}}$ hujus æquationis integrale per logarithmos habetur $\frac{2y}{mhff} = \frac{-1}{naz + mff}\,[\,\overline{lc.\,naz - v\,(naz + mff)} - lconſl.\,]$ Seu reducendo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lconſl - \overline{lcnaz - v\,(naz + mff)}$ ad determinationem conſtantis ponatur $y = o$ & debet eſſe v æquari nihilo. Unde erit $lconſl = lcnaz$. Erit ergo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - \overline{lcnaz - v.\,(naz + mff.)}$

§. LXXIV.

Dicatur celeritas, qua celeritas v à celeritate, quam navis acquirere poteſt maxima, differt, u, erit $v = \frac{nacz}{naz + mff} - u$ hoc valore ſubſtituto loco v erit $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - lu.\,\overline{naz + mff} = lc - lu + lnaz - \overline{lnaz + mff}$. Et hinc inveniri poterit diſtantia y; qua abſoluta corpus acquiſierit velocitatem utcunque parum à celeritate maxima differentem, ut haberi poſſit ſpatium quo percurſo celeritas navis abſque ſenſibili errore pro maxima haberi queat; determinatis vero literis in numeris, logarithmi eorum non Ulaquiani aut Briggiani aſſumi debent, ſed logarithmi hyperbolici qui habentur. Si logarithmi Ulaquii ducantur in 2.302585093 quam proxime.

§. LXXV.

Sed revertamur ad æquationem altitudinem mali z, exprimentem, cum ibi reperiaturquantitas v, quæ indicat celeritatem venti respectivam, cum navis promovetur celeritate maxima, invenietur ergo celeritas v. Si à celeritate venti c subtrahatur celeritas navis maxima nempe $\frac{nacz}{naz + mff}$; erit ergo $v = \frac{mcff}{naz + mff}$.

§. LXXVI.

Indigitas autem hîc c numerum pedum Romanorum quos ventus uno minuto secundo percurrere potest, nempe cum naves pro vehementioribus ventis, quippe quibus spirantibus naves in periculo esse possunt, instrui debeant, pro c poni potest spatium 80 usque ad 100 pedum, quemadmodum experimentis à variis celebribus viris institutis concludere licet, quod nempe venti vehementissimi tempore unius minuti secundi spatium 80 usque ad 100 pedum absolvant.

§. LXXVII.

Ponatur autem valor loco v inventus in æquatione §. 55 inventa $zv = 12 \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$, & habebitur $\frac{mcffz}{naz + mff} = 12 \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ ex qua reperietur altitudo mali quæsita $z = \frac{12mff \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{cmff - 12na \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Hic ergo habemus æquationem perfectissimam, ex qua altitudo z in meris cognitis determinari potest, scilicet in pedibus.

§. LXXVIII.

Ulterius adhuc æquatio inventa reduci potest exter-

minando m & n; cum enim ſit m ad n ut denſitas aquæ ad denſitatem aeris *i. e.* quam proxime ut 800 ad 1. ponatur loco m 800, & loco n, unitas, & reperietur iſta æquatio $z =$

$$\frac{9600ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{800cff - 12a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$$ ſc. pedibus.

§. LXXIX.

Datis ergo in nave primo ſectione maxima tranſverſa portionis navis aquæ immerſæ ff in pedibus quadratis Rhenanis. Secundo diſtantia centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis totius b in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum a itidem in pedibus Romanis. Quarto pondere totius navis Q in libris ut & quinto ſpatio c quod ventus minuto ſecundo percurrere poteſt in pedibus quoque, pro quo ab 80 ad 100 uſque pedes aſſumi poſſunt, hîc ego pro c ponam $36\sqrt{5}$ ut & numerator & denominator per $\sqrt{5}$ dividi queat.

§. LXXX.

Hoc poſito habebitur altitudo mali $z = \frac{800ff\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{240ff - a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$

$= \frac{800ff\sqrt{Qabs}}{400aff - a\sqrt{Qabs}}$ multiplicato & numeratore & denominatore per a, ex hac æquatione determinabitur altitudo quæſita z in pedibus Rhenanis; quæ altitudo cum inventa fuerit, ſi ſit major quam ut unicus malus tantus conſtrui poſſit, diſtribuenda ea erit in tot partes donec mali tanti haberi queant qui æquales ſunt illis partibus reſpectivè. Et ſic ex hac æquatione determinatur quoque numerus malorum. Hi vero mali ſic determinati navem inclinabunt ad tantum angulum cujus ſinus ſe habet ad ſinum totum ut s ad 1. Hæc ratio autem antea eſt aſſumenda & quidem talis ut angulus iſte ſit inter omnes illos angulos ad quos navis

navis absque periculo inclinari possit maximus, ut maxima quoque inveniatur vis propellens.

§. LXXXI.

Ex ista æquatione altitudinem mali definiente hæc consectaria deducere licet, quæ in fabricatione atque oneratione navium ut & confectione velorum magnum usum habere possunt, seu exinde concludi potest quomodo sint naves formandæ atque onerandæ quæcunque velis sit latitudo danda, ut maxima quam fieri potest, reperiatur vis ad navem ad propositum angulum inclinandam.

§. LXXXII.

Patet igitur primo statim quo major sit *b* distantia centri curvaturæ spinæ navis à centro gravitatis ejusdem, eo majorem quoque posse assumi altitudinem malorum, sive eo majorem à vento excipi posse vim. In oneratione ergo navium in id est attendendum ut centrum gravitatis in loco quo fieri potest infimo sit positum, quod obtinebitur, si merces specifice graviores in loco navis quoad fieri potest infimo collocentur, atque ut in usu est, carina gravi oneretur sabulo, unde fiet ut centrum commune gravitatis ad infimum locum descendat, adeoque distantiæ ejus à centro curvaturæ augeatur & proinde quoque vis venti admittenda.

§. LXXXIII.

Pro navibus vero fabricandis sequitur utilissimum esse quo spina minus incurvetur, ne quis autem putet hinc sequi optimum fore si spina fieret linea recta seu sectio navis secundum longitudinem rectangulum, spina enim quæ sub aqua continetur, continuus debet esse arcus circuli, sic autem esset composita ex tribus lineis rectis, unde hæc conclusio deduci nequit: cum itaque dico utilissimum esse promotioni navis, quo spina minus incurvetur, id ita est intelligendum quo longior sit navis seu quo longior sit spina, manente altitudine partis navis submer-

ſæ eadem, ſic enim diſtantia centri curvaturæ elongabitur magis, & proinde ejus diſtantia à centro gravitatis.

§. LXXXIV.

Si contra naves ita breves fiant, manente altitudine partis navis immerſæ eadem, ſeu ſpina in arcum tam exigui circuli incurvetur ut centrum gravitatis & centrum curvaturæ coincidant, patet ex æquatione, plane tum nullam à vento excipi poſſe vim; vis enim minima navi ſubvertendæ prorſus par erit

§. LXXXV.

Et hinc quoque concludi poteſt, cum curvatura tranſverſalis navis valde magna ſit, ſeu cum ſectio navis tranſverſalis ſit ſegmentum circuli valde parvi reſpectu circuli cujus portio eſt ſectio navis ſecundum ſpinam, eo magis ultra fixum terminum navem inclinatum iri quo major ſit angulus deviationis. Quæ enim ſupra de curvatura ſpinæ dicta ſunt nonniſi valent quam cum navis ſecundum ſpinæ directionem promovetur; cum autem angulus deviationis navi datus fuerit, loco curvaturæ ſpinæ ponenda erit curvatura lineæ in fundo navis ductæ ſecundum directionem motus navis & navem biſecantis, quam lineam, ſpinam imaginariam nuncupare licet.

§. LXXXVI.

Cum navis itaque habuerit deviationem b ſignificat diſtantiam centri gravitatis à centro curvaturæ ſpinæ imaginariæ, & cum ſpinæ iſtæ imaginariæ ſint arcus eo minorum circulorum quo deviatio navis major eſt, erit quoque tum centrum curvaturæ ſpinæ imaginariæ centro gravitatis propius, ut inde linea b, quoque decreſcat, & igitur altitudo malorum ſeu vis navem propellens eo magis erit diminuenda, quo deviatio navis fiat major; maxime ergo erit periculoſum navibus magnam tribuere deviationem, ſi enim manſerit vis impellens, navis valde

ultra angulum propositum inclinabitur.

§. LXXXVII.

Huic incommodo obviam eundi ergo, & ne altitudo malorum aut velorum copia in deviationibus navis minuenda sit, naves aliquantum magnæ latitudinis construi possent ut differentia inter curvaturam spinæ veræ & spinæ imaginariæ cum navis deviatio fuerit 90 graduum, non sit valde magna, ut proinde spinæ imaginariæ in solitis navis deviationibus à spina vera quoad curvaturam non differant, & proinde distantia b centri gravitatis navis à centro curvaturæ spinæ, sensibiliter non imminuatur cum navis in deviatione promota fuerit.

§. LXXXVIII.

Observo deinde, quod si navis tantæ longitudinis fabricetur, seu spina sit arcus tanti circuli, ut distantia b, centri gravitatis à centro curvaturæ spinæ sit æqualis $\frac{5760000af^4}{Q_{as}}$ ped. tum infiniti mali constitui debeant aut unus infinitæ altitudinis ad hoc ut navis ad datum angulum inclinetur, & si b, fuerit major quam $\frac{5760000f^4}{Q_{as}}$ pedes nec infinitam vim fore parem navi ad angulum propositum inclinandæ.

§. LXXXIX.

Cum enim fuerit $b = \frac{5760000f^4}{Q_{as}}$. In æquatione §. 80. data, nempe $z = \frac{-800ffVQ_{abs}}{2400aff - aVQ_{abs}}$ denominator fractionis cui z æqualis, evanescit & inde z fiet infinite longa. Hinc ergo patet quantam prærogativam habeant naves longiores præ brevioribus; si enim longitudo tanta fuerit ut b sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{as}}$ mali seu numerus velorum

pro arbitrio multiplicari poterit abſque periculo navis.

§. XC.

Dein quod ad latitudinem velorum a ex æquatione deducitur, quod quidem paradoxum videtur, ſed nihilominus veriſſimum eſt, quo magis augeatur velorum altitudo, eo magis quoque altitudinem malorum z, augeri abſque navis periculo, cum tamen navis non ultra propoſitum angulum inclinetur. Patet enim cum a, creſcat, numeratorem quidem fractionis altitudinem z, exprimentis, diminui; eſt enim illa fractio $\frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Verum notandum, alteram denominatoris partem $3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ ſeu $3\sqrt{5Qabs}$ ſigno — affectam in eadem ratione creſcere, & cum denominatoris pars $200cff$ ſigno + affecta maneat, denominator totius in majore ratione decreſcit quam numerator, unde fractio ipſa & eo ipſo altitudo z, aucta latitudine velorum ſeu longitudine antennarum augebitur.

§. XCI.

Hinc ergo patet quanti ſit emolumenti antennas, quantum fieri poteſt, longas adhibere, cum inde quantitas virium navem propellentium quoque augeri poſſit. Si latitudine velorum aucta, mali ejuſdem altitudinis reliqui poſſent, magnum hoc eſſet commodum ad augendam navis celeritatem; verum aucta latitudine velorum, non ſolum altitudo malorum eadem manere poteſt, ſed ea præterea augeri poterit, unde aucta latitudine velorum vis propellens navem multo magis augebitur, & proinde quoque celeritas navis, abſque periculo navis.

§. XCII.

Quin imo si latitudo velorum a fiat $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ pedum reperietur longitudo malorum z, ob denominatorem evanescentem infinita, & hinc altitudo malorum atque numerus pro lubitu multiplicari poterit absque navis periculo; utcunque enim augeatur altitudo & numerus malorum navis tamen non ad propositum angulum inclinabitur, cum demum vis infinita navi ad istum angulum inclinandæ par sit, si nempe fuerit latitudo velorum $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ sin autem ea major insuper fuerit, nec vis infinita sufficiet ad navem ad angulum cujus sinus est ad sinum totum ut s ad 1 inclinandam.

§. XCIII.

Pervenio tandem ad angulum inclinationis, & noto quo major ille assumatur, eo majorem posse à vento accipi vim; ut igitur aliquantulum ingens assumi posset, oportet ut navis in nullo sit periculo, licet prora profundius immergatur; ad hoc igitur efficiendum, ut scilicet angulus inclinationis magnus assumi possit absque navis periculo utile esse potest si prora navis magis elevata fiat quam reliqua navis pars, sic enim navis non periclitabitur, etsi, prora aliquo usque immergatur, & hinc angulus inclinationis aliquantus assumi poterit.

§. XCIV.

Vel etiam ad idem obtinendum, maxima & gravissima quibus navis onerari debet, onera puppi sunt immittenda; hoc enim modo puppis deprimetur & prora elevabitur, ut adeo major restet proræ pars extra aquam, quæ sine navis periculo aquæ immergi potest, & hoc modo angulus inclinationis major quoque assumi poterit. Ex

hisce ergo consectariis patet, quænam observanda sint cum in fabricatione & oneratione navium, tum in confectione velorum ut navis quâ absque periculo potest maxima promoveatur celeritate, & non dubito quin ista in praxi magnum usum habere queant si observentur. Atque ex ista meâ theoriâ proposita quavis nave, inveniri poterit absque multo labore, & altitudo & numerus malorum, ut navis non sit in periculo & tamen maxima celeritate deferatur.

§. XCV.

Cum itaque determinata sit altitudo malorum z, prævideri facile poterit navis celeritas maxima. Est enim ea ut inventum est, æqualis $\frac{nacz}{mff + naz}$ seu cum sit $m = 800$. & $n = 1$ erit ea $= \frac{acz}{800ff + az}$ Est autem $z = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$ quemadmodum §. 78 reperi, si iste valor loco z substituatur reperietur, celeritas navis maxima $\frac{2400acff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{160000cf^4}$ seu $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{200ff}$ seu navis celeritas tanta erit ut tempore unius minuti secundi percurrere possit spatium pedum $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{20cff}$.

§. XCVI.

Cum venti celeritas non ingrediatur expressionem celeritatis navis maximæ, patet navem hac celeritate processuram quacumque celeritate ventus flaverit, modo navem ad angulum propositum inclinandam par fuerit. Patet denuo exinde celeritatem navis maximam esse in

ratione ſubduplicata latitudinis velorum, nempe ſi ea quadruplæ latitudinis conficiantur, tum navem duplo celerius proceſſuram, eodem modo celeritas navis eſt quoque in ſubduplicata ratione diſtantiæ centri gravitatis totius navis à centro curvaturæ ſpinæ, atque etiam in ſubduplicata ratione ſinus anguli inclinationis navis. Dein quoque ſi plures ſint naves perfecte ſimiles, ſed diverſæ magnitudinis, cum pondera earum ſint in ratione ſeſqui plicata ſuperficierum & proinde erit Q ut f^3. Erunt earum navium celeritates cæteris paribus in ratione reciproca ſubduplicata longitudinum navium earumdem, quo minores ergo conficiuntur naves, quoque velocius propelluntur cæteris paribus, ſcilicet ſi fuerint per omnia ſimiles.

§. XCVII.

Jam aliquoties memoravi, ſi altitudo z tanta reperiatur ut unus malus tantæ altitudinis haberi nequeat, tum plures eſſe ſumendos quorum altitudines junctim ſumtæ inventæ z æquales ſint qui plures mali tum eundem effectum edent, ac unicus longitudinis z. Si haberi potuiſſet, ſi nempe latitudo velorum ubique fuerit, eadem nempe æqualis ipſi a.

§. XCVIII.

Quod autem illi plures eundem edant effectum, exinde patet quod manente facto ex latitudine velorum in altitudinem ſeu longitudinem eodem, ſive manente capacitate velorum ut & latitudine eadem, vis cum propellens tum inclinans navem eadem quoque permaneat, quemadmodum ex jam allatis colligere licet, ſive ergo plures ſive pauciores conſtituantur mali, modo eadem velorum magnitudo ſeu copia eademque latitudo maneat factum illud ex longitudine & latitudine velorum idem permanebit adeoque navis eodem modo tum quoad celeritatem tum quoad inclinationem promovebitur.

§. XCIX.

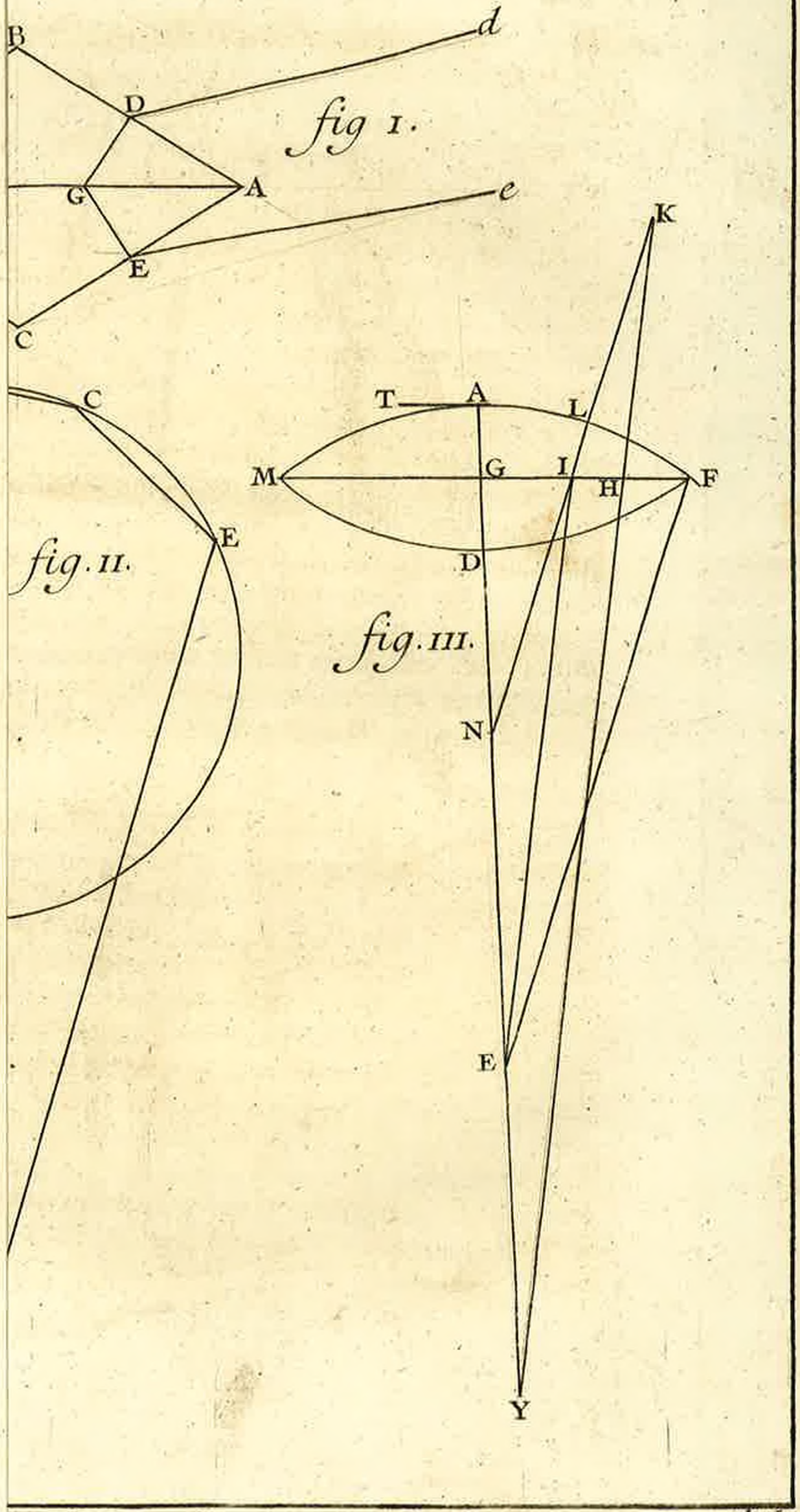
Suppono vero hic vela malis ad infimum usque locum applicari, quod vero cum fieri nequeat, ob venti vim vel ibi in inferioribus scilicet partibus malorum vel plane impeditam vel maxime debilitatam, altitudo malorum major erit quam longitudo velorum, quæ autem in theoria æquales consideratæ fuerant; cum itaque centrum velorum supra punctum malorum medium cadat, necesse est tum fore si capacitas velorum esset æqualis *az*, ut navis ultra propositum angulum inclinetur: verum cum longitudo velorum minor sit quam *z*, capacitas velorum quoque minor erit quam *az*, unde propemodum compensationem fieri existimandum est ut navis tamen non ultra propositum angulum inclinetur, sed sic cum longitudo velorum minor fuerit quam altitudo malorum, vis navem propellems minor erit ac in theoria positum fuerit. Eoque minor erit quo plures fuerint mali in nave erecti, mali ergo si plures fuerint inserendi altissimi quam fieri potest sumantur, ut ita numerus malorum restringatur.

§. C.

Hic tandem hisce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propositam satis perpenderim, problematique satisfecerim. Haud opus esse existimavi istam meam theoriam experientiâ confirmare, cum integra & ex certissimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera sit ac an in praxi locum habere queat, minime possit. Si autem ea applicaretur ad exemplum aliquod speciale, longitudinem malorum pro nave propositâ investigando, statim apariturum foret, eam haud fallere. Si forte Illustrissima Academia ista, pagellas dignaretur pretio propositos nomen Autoris & locum ubi degit, ex apposita schedula cognoscere erit.

FINIS.

e q. a. c. 1727. Meditationes.



Piece q. a. c. 1727. Meditationes.

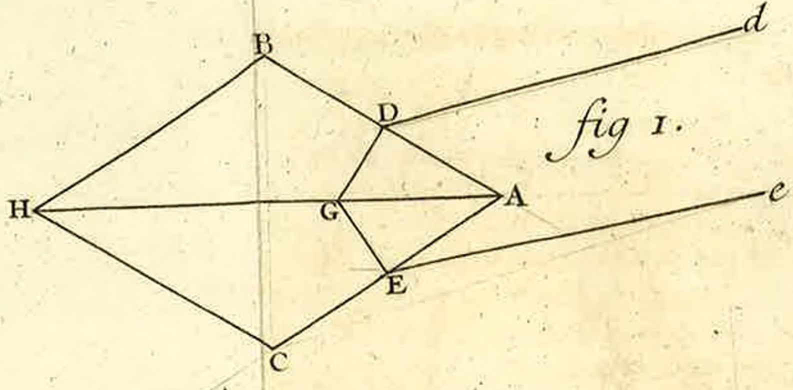


fig 1.

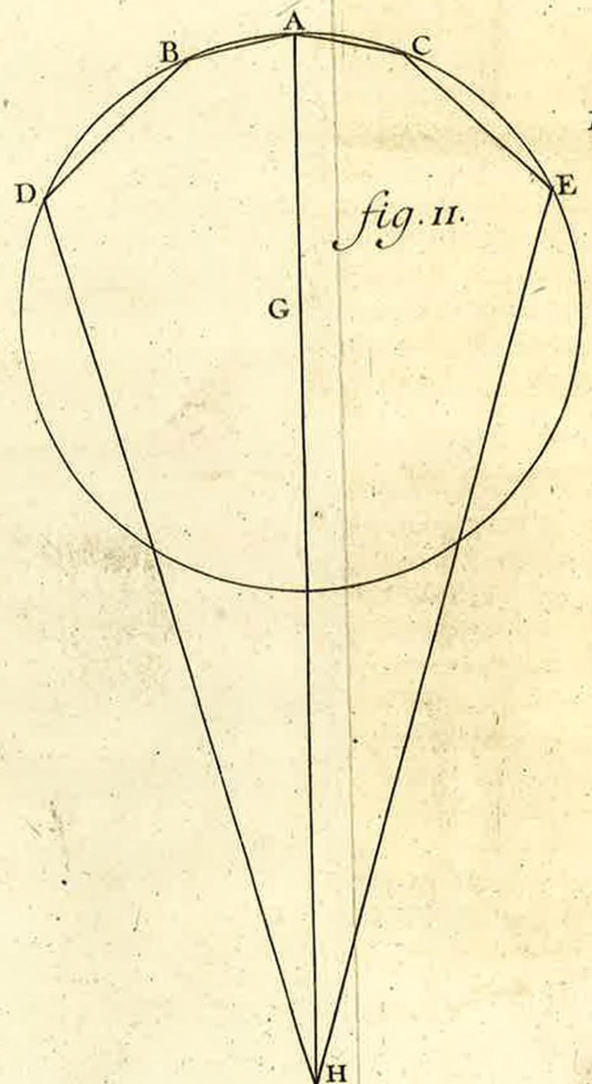


fig. II.

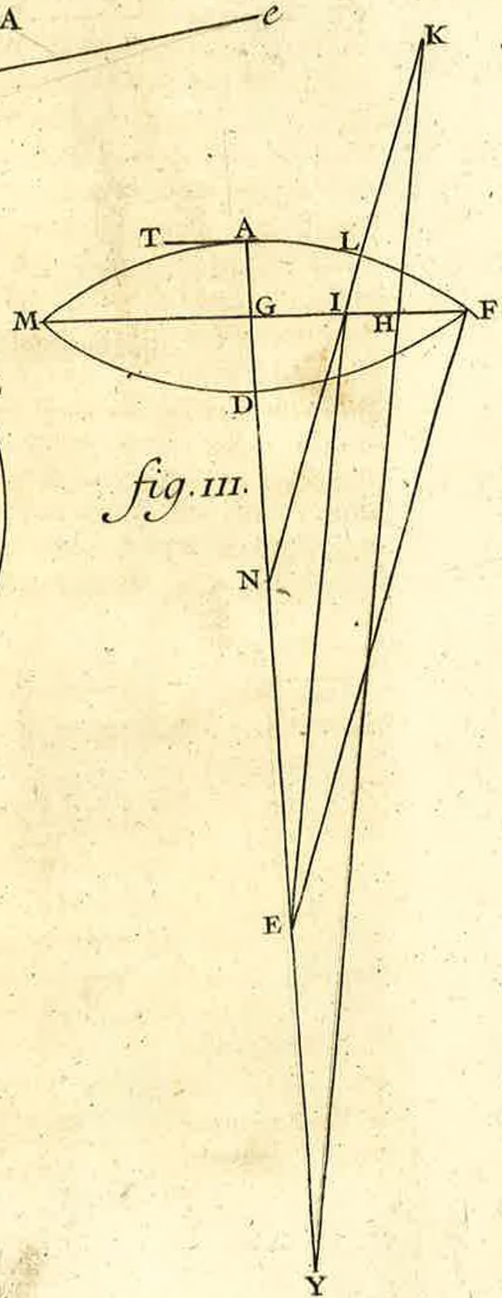
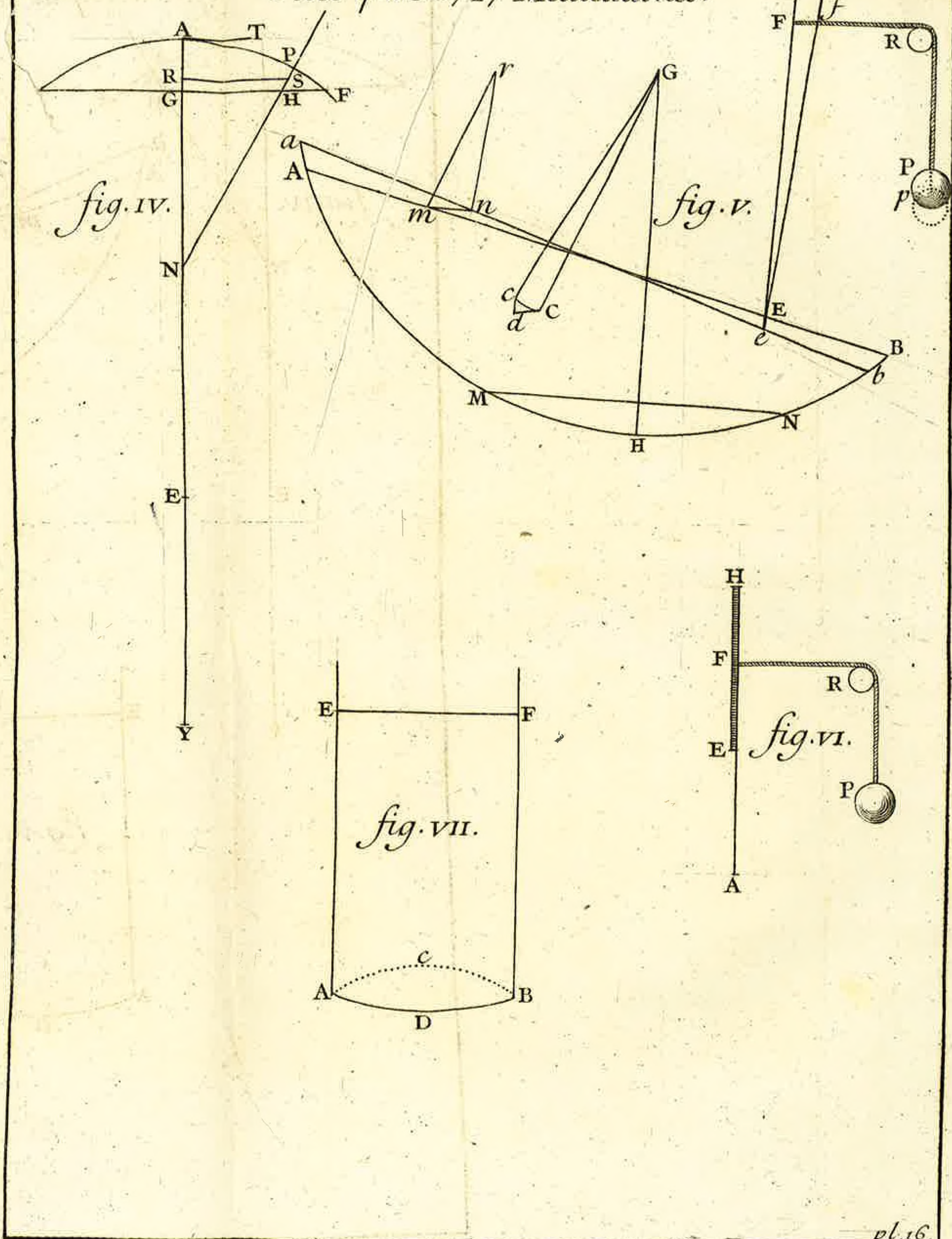


fig. III.


A T P R S G H F N E Y
fig. IV.
a A r m n G c d C E e B b M N H F f R P p
fig. V.
H F R E A P
fig. VI.
E F c A B D
fig. VII.